

Ονοματεπώνυμο.....ΑΕΜ.....

Ζήτημα 1^ο α. Να ορίσετε τον πληθυσμό στόχο, τον στατιστικό πληθυσμό, το δειγματοληπτικό πλαίσιο και τη μέθοδο δειγματοληψίας στις παρακάτω έρευνες (Μον. 2).

- Στο πλαίσιο ενός διεθνούς προγράμματος αξιολόγησης 15χρονων μαθητών/τριων στα μαθηματικά συμμετείχαν 11 χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, οι οποίες επιλέχθηκαν έπειτα από κλήρωση. Από κάθε χώρα επιλέχθηκαν τυχαία 15 σχολεία και από κάθε σχολείο επιλέχθηκαν τυχαία 10 μαθητές.

- Ένας μεταπτυχιακός φοιτητής του ΠΤΔΕ χορήγησε μια κλίμακα μέτρησης του Ψυχολογικού Κλίματος της τάξης σε συνολικό δείγμα 904 μαθητών της ΣΤ' δημοτικού. Το δείγμα προέκυψε ως εξής: αρχικά επιλέχθηκαν τυχαία 50 δημοτικά σχολεία της περιφέρειας Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης. Κατά την επιλογή λήφθηκαν υπόψη ο αριθμός των σχολείων κάθε νομού και η περιοχή του σχολείου (αστική ή μη αστική). Από κάθε σχολείο επιλέχθηκαν όλοι οι μαθητές των τμημάτων της ΣΤ' δημοτικού.

Απάντηση: 1) Πληθυσμός στόχος: Όλοι οι 15χρονοι μαθητές/τριες που φοιτούν σε σχολεία των χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Στατιστικός πληθυσμός: Ίδιος με τον πληθυσμό στόχο Δειγματοληπτικό πλαίσιο: Μια λίστα με τις χώρες της Ε.Ε., τα σχολεία κάθε χώρας και τους μαθητές κάθε σχολείου Μέθοδος δειγματοληψίας: Τυχαία δειγματοληψία κατά επίπεδα (δύο επίπεδα: χώρα, σχολείο)

2) Πληθυσμός στόχος: Όλοι οι μαθητές της ΣΤ' δημοτικού που φοιτούν σε σχολεία της περιφέρειας Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης (ή της ελληνικής επικράτειας). Στατιστικός πληθυσμός: Ίδιος με τον πληθυσμό στόχο Δειγματοληπτικό πλαίσιο: Μια λίστα με τα σχολεία της Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης Μέθοδος δειγματοληψίας: Συνδυασμός της τυχαίας δειγματοληψίας κατά στρώματα (μεταβλητές στρώματος: περιοχή σχολείου, αριθμός σχολείων ανά νομό) και της τυχαίας δειγματοληψίας κατά συστάδες (διότι οι μαθητές επιλέχθηκαν κατά τμήματα).

β. Να προτείνετε στον μεταπτυχιακό φοιτητή της δεύτερης έρευνας κατάλληλη μέθοδο ελέγχου της αξιοπιστίας του ερευνητικού του εργαλείου (Μον. 1). (max 150 λέξεις)

Η πιο κατάλληλη μέθοδος για τον έλεγχο της αξιοπιστίας της συγκεκριμένης δοκιμασίας είναι ο υπολογισμός του δείκτη εσωτερικής συνέπειας α του Cronbach, ο οποίος αντιστοιχεί στο μέσο όρο των συσχετίσεων που προκύπτουν από όλους τους δυνατούς τρόπους χωρισμού του ερευνητικού εργαλείου σε δύο τμήματα. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και η τεχνική των δύο τμημάτων, κατά την οποία το ερευνητικό εργαλείο χωρίζεται σε δύο τμήματα και υπολογίζεται ο βαθμός συνάφειας μεταξύ των δύο τμημάτων.

Ζήτημα 2^ο Από ένα τμήμα της Α' Γυμνασίου ενός σχολείου δίνονται οι βαθμοί 12 μαθητών στο μάθημα της Φυσικής:

1, 8, 11, 12, 15, 18, 18, 12, 13, 16, 18, 11

α. Να κατασκευαστεί ο πίνακας συχνοτήτων της βαθμολογίας (απόλυτη, σχετική %, αθροιστική % συχνότητα) (Μον. 1,5)

Βαθμολογία	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική συχνότητα (%)
------------	-----------	-----------------------------	-----------------------------

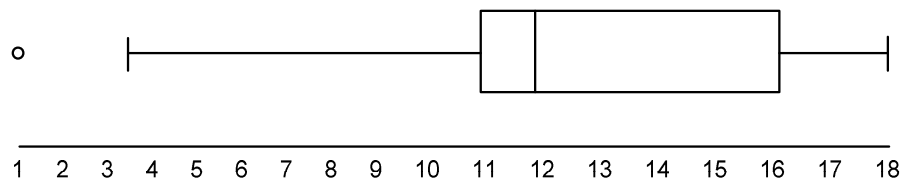
		(%)	
1	1	$(1/12) \times 100 = 8,3$	8,3
8	1	$(1/12) \times 100 = 8,3$	16,7
11	2	$(2/12) \times 100 = 16,7$	33,4
12	2	$(2/12) \times 100 = 16,7$	50,1
13	1	$(1/12) \times 100 = 8,3$	58,4
15	1	$(1/12) \times 100 = 8,3$	66,7
16	1	$(1/12) \times 100 = 8,3$	75,0
18	3	$(3/12) \times 100 = 25$	100,0
Σύνολο	12	100,0	----

β. Είναι ο μέσος όρος κατάλληλος δείκτης κεντρικής τάσης για τη συγκεκριμένη μεταβλητή; Να αιτιολογήσετε και αριθμητικά την απάντησή σας (Μον. 1)

Με μια πρώτη ματιά στα δεδομένα, παρατηρούμε ότι η τιμή 1 εμφανίζεται μία φορά και διαφέρει αρκετά από τις υπόλοιπες. Η τιμή αυτή πιθανόν να επηρεάσει τον μέσο όρο. Για να το διαπιστώσουμε αυτό, υπολογίζουμε τη διάμεσο (M) και το μέσο όρο ($\bar{X}$). Η θέση της διαμέσου είναι $12/2 = 6$, άρα $M = 12$. Ο μέσος όρος είναι $[(1 \times 1) + (1 \times 8) + (2 \times 11) + (2 \times 12) + (1 \times 13) + (1 \times 15) + (1 \times 16) + (3 \times 18)] / 12 = 153 / 12 = 12,75$. Παρατηρούμε ότι η τιμή του μέσου όρου δε διαφέρει σημαντικά από την τιμή της διαμέσου, παρά την παρουσία της τιμής 1 στις χαμηλές τιμές της κλίμακας. Κατά συνέπεια, ο μέσος όρος είναι κατάλληλος δείκτης κεντρικής τάσης για τη συγκεκριμένη κατανομή.

γ. Να κατασκευαστεί το θηκόγραμμα της κατανομής της βαθμολογίας και να εντοπιστούν τυχόν ακραίες ή ύποπτα ακραίες τιμές της βαθμολογίας (Μον. 1,5)

Απάντηση: Υπολογίζουμε το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο (Q25 και Q75). Η θέση του Q25 είναι $12 / 4 = 3$, άρα $Q25 = 11$. Η θέση του Q75 είναι $3 (12 / 4) = 3 \times 3 = 9$, άρα $Q75 = 16$. Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος $IQR = Q75 - Q25 = 16 - 11 = 5$ και $1,5 \times IQR = 7,5$. Παρατηρούμε ότι κάτω από 7,5 βρίσκεται μόνο μία τιμή, η τιμή 1, η οποία αποτελεί και ύποπτα ακραία τιμή της βαθμολογίας.

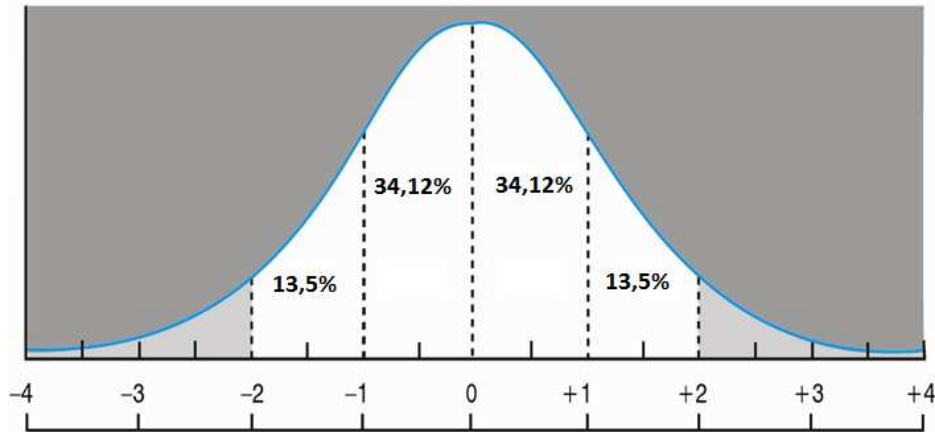


Ζήτημα 3^ο Υποθέτουμε ότι ο μέσος δείκτης νοημοσύνης δείγματος 1200 μαθητών είναι 100 με τυπική απόκλιση 15. Αν ο δείκτης νοημοσύνης ακολουθεί την κανονική κατανομή:

α. Ζητείται, κατά προσέγγιση, το πλήθος των μαθητών που ο δείκτης νοημοσύνης τους κυμαίνεται από 70 έως 115. Να δικαιολογήσετε και διαγραμματικά την όποια απάντησή σας (Μον. 1).

Απάντηση: Μετατρέπουμε τα άκρα του διαστήματος [70,115] σε τυπικές τιμές (z-scores). Έτσι έχουμε: $(70 - 100) / 15 = -30 / 15 = -2$ και $(115 - 100) / 15 = 15 / 15 = +1$. Κατά συνέπεια πρέπει να υπολογίσουμε το ποσοστό των μαθητών που βρίσκονται μεταξύ -2 και $+1$ τυπικών αποκλίσεων από το μέσο όρο σε μια κανονική κατανομή.

Μεταξύ ± 2 τυπικών αποκλίσεων γνωρίζουμε ότι υπάρχει περίπου το 95,25% των παρατηρήσεων, ενώ μεταξύ ± 1 τυπικών αποκλίσεων το 68,25% των παρατηρήσεων. Έτσι έχουμε $(95,25 - 68,25) / 2 = 13,5\%$ (το ποσοστό μεταξύ -2 και -1 ή +1 και +2, αντίστοιχα, βλέπε σχήμα). Άρα μεταξύ -2 και +1 τυπικών αποκλίσεων θα βρίσκεται περίπου το $13,5 + 68,25 = 81,75\%$ των παρατηρήσεων. Δηλαδή $0,8175 \times 1200 = 981$ μαθητές.



β. Ένας ερευνητής ενδιαφέρεται να εστιάσει την έρευνά του στους 10 μαθητές με τον χαμηλότερο δείκτη νοημοσύνης. Σε πιο διάστημα τιμών θα βρίσκεται η νοημοσύνη των μαθητών που ενδιαφέρουν τον ερευνητή (κατά προσέγγιση); (Μον. 1)

Απάντηση: Βρίσκουμε ότι η τιμή 70 βρίσκεται 2 τυπικές αποκλίσεις κάτω από το μέσο όρο και η τιμή 62,5 βρίσκεται 2,5 τυπικές τιμές κάτω από το μέσο όρο. Κάτω από την τιμή 70 βρίσκεται περίπου το $(100 - 95,25) / 2 = 4,75 / 2 = 2,37\%$, δηλαδή περίπου $1200 \times 0,0237 = 28$ μαθητές, ενώ κάτω από την τιμή 62,5 βρίσκεται περίπου το $(100 - 99) / 2 = 1 / 2 = 0,5\%$ των μαθητών, δηλαδή περίπου $1200 \times 0,005 = 6$ μαθητές. Κατά συνέπεια, ο ερευνητής θα αναζητήσει τους 10 μαθητές ανάμεσα σε αυτούς με δείκτη νοημοσύνης χαμηλότερο του 70.

*Να διατηρήσετε ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων στους υπολογισμούς σας.

Κανονική Κατανομή:

- Μεταξύ ± 1 τυπικής τιμής από το μέσο όρο βρίσκεται το 68,25% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 1.96 τυπικών τιμών από το μέσο όρο βρίσκεται το 95% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 2 τυπικών τιμών από τον μέσο όρο βρίσκεται το 95,25% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 2.5 τυπικών τιμών από τον μέσο όρο βρίσκεται το 99% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 3 τυπικών τιμών από τον μέσο όρο βρίσκεται το 99,7% των παρατηρήσεων