

Ονοματεπώνυμο.....ΑΕΜ.....

Ζήτημα 1^ο Μια φοιτήτρια του ΠΤΔΕ κατασκεύασε έπειτα από μελέτη της βιβλιογραφίας δύο εναλλακτικές μεταξύ τους δοκιμασίες μέτρησης της αναγνωστικής ικανότητας μαθητών ηλικίας 9 έως 12. Η κάθε δοκιμασία περιείχε τρεις υποδοκιμασίες: δοκιμασία συλλαβισμού, ακουστικής μνήμης και οπτικής μνήμης. Στη συνέχεια πραγματοποίησε μια δειγματοληπτική έρευνα σε 48 μαθητές (30 αγόρια και 18 κορίτσια) του σχολείου στο οποίο ήταν διευθυντής ο πατέρας της. Στους μαθητές χορηγήθηκαν οι δύο δοκιμασίες με διαφορά 15 ημερών.

α. Ποιά μέθοδο δειγματοληψίας ακολούθησε η ερευνήτρια και ποια τα πιθανά προβλήματα αυτής της μεθόδου; Ποιά μέθοδο θα της προτείνετε ώστε να βελτιώσει τη σύνθεση του δείγματος; (max 200 λέξεις) (Μον. 1,5)

Απάντηση: Η φοιτήτρια εφάρμοσε τη μέθοδο της δειγματοληψίας ευκολίας (μέθοδος μη πιθανοτήτων). Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι κάθε υποκείμενο του πληθυσμού για τη συγκεκριμένη έρευνα (μαθητές ηλικίας 9 έως 12) δεν έχει την ίδια πιθανότητα με τα υπόλοιπα να επιλεγεί. Για τη βελτίωση της σύνθεσης του δείγματος, η ερευνήτρια θα μπορούσε να διατηρήσει μια αναλογία στο δείγμα των μαθητών με βάση κάποια μεταβλητή που είναι σημαντική στο πλαίσιο της έρευνας (π.χ. το φύλο, η τάξη φοίτησης, η επίδοση στο μάθημα της «Γλώσσας» κ.ά.). Με άλλα λόγια, θα μπορούσε να ακολουθήσει τη δειγματοληψία αναλογίας.

β. Ποιες μεθόδους για τον έλεγχο της αξιοπιστίας των ερευνητικών εργαλείων θα προτείνετε να εφαρμόσει η ερευνήτρια; (max 100 λέξεις) (Μον. 1,5)

Απάντηση: Η πιο κατάλληλη μέθοδος για τον έλεγχο της αξιοπιστίας της συγκεκριμένης δοκιμασίας είναι ο υπολογισμός του δείκτη εσωτερικής συνέπειας α του Cronbach, ο οποίος αντιστοιχεί στο μέσο όρο των συσχετίσεων που προκύπτουν από όλους τους δυνατούς τρόπους χωρισμού του ερευνητικού εργαλείου σε δύο τμήματα. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και η τεχνική των δύο τμημάτων, κατά την οποία το ερευνητικό εργαλείο χωρίζεται σε δύο τμήματα και υπολογίζεται ο βαθμός συνάφειας μεταξύ των δύο τμημάτων.

Ζήτημα 2^ο Από το σύνολο των υποψηφίων για την κάλυψη της θέσης του Καθηγητή στο τμήμα Μαθηματικών ενός πανεπιστημίου, επιλέχθηκε ένα δείγμα 20 ατόμων και καταγράφηκε ο αριθμός των εργασιών που έχουν δημοσιεύσει σε έγκυρα επιστημονικά περιοδικά. Τα αποτελέσματα συγκεντρώθηκαν στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων:

Αριθμός εργασιών	Αριθμός υποψηφίων	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
2	4	= $4/20 = 20$	20
3	2	= $2/20 = 10$	30
4	6	= $6/20 = 30$	60
5	5	= $5/20 = 25$	85
6	3	= $3/20 = 15$	100
Σύνολο	20	= $20/20 = 100$	----

α. Να συμπληρώσετε τα κενά στον πίνακα (Μον. 1)

Απάντηση: Σημειώνονται στον πίνακα με κίτρινο χρώμα.

β. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υποψηφίων που δημοσίευσαν:

i) τουλάχιστον 2 εργασίες

Απάντηση: Τουλάχιστον 2 εργασίες δημοσίευσαν όλοι οι υποψήφιοι (20 υποψήφιοι, 100%)

ii) το πολύ 4 εργασίες

Απάντηση: Το πολύ 4 εργασίες δημοσίευσαν 12 υποψήφιοι (60%)

iii) από 3 έως 5 εργασίες (Μον. 1)

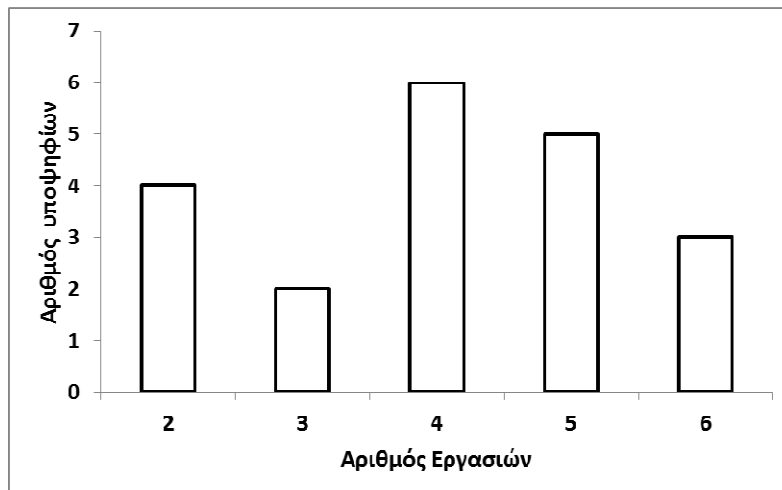
Απάντηση: Από 3 έως 5 εργασίες δημοσίευσαν 13 υποψήφιοι (65%)

γ. Να υποδείξετε τον καταλληλότερο δείκτη κεντρικής θέσης για την περιγραφή της μεταβλητής «Αριθμός εργασιών». (Μον. 1)

Απάντηση: Υπολογίζουμε την επικρατούσα τιμή (T), τη διάμεσο (M) και τον μέσο όρο ($\bar{X}$). Η τιμή που εμφανίζεται τις περισσότερες φορές από τις υπόλοιπες είναι το 4, άρα T=4 εργασίες. Η θέση της διαμέσου είναι $n / 2 = 20 / 2 = 10$, άρα M = 4. Ο μέσος όρος είναι $[(2 \times 4) + (3 \times 2) + (4 \times 6) + (5 \times 5) + (6 \times 3)] / 20 = 81 / 20 = 4,05$. Κατά συνέπεια οι τρεις δείκτες κεντρικής τάσης σχεδόν συμπίπτουν και όλοι είναι το ίδιο κατάλληλοι για να περιγράψουν την μεταβλητή «Αριθμός εργασιών».

δ. Να σχεδιάσετε κατάλληλο γράφημα για την αναπαράσταση της μεταβλητής «Αριθμός εργασιών» (Μον. 1)

Απάντηση:

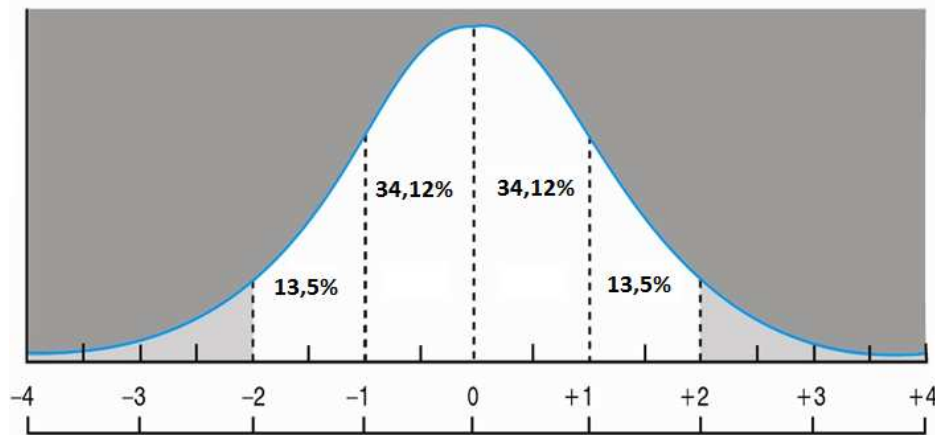


Ζήτημα 3^ο Υποθέτουμε ότι ο μέσος δείκτης νοημοσύνης δείγματος 1200 μαθητών είναι 100 με τυπική απόκλιση 15. Αν ο δείκτης νοημοσύνης ακολουθεί την κανονική κατανομή:

α. Ζητείται, κατά προσέγγιση, το πλήθος των μαθητών που ο δείκτης νοημοσύνης τους κυμαίνεται από 85 έως 130. Να δικαιολογήσετε και διαγραμματικά την όποια απάντησή σας (Μον. 1)

Απάντηση: Μετατρέπουμε τα άκρα του διαστήματος [85,130] σε τυπικές τιμές (z-scores). Έτσι έχουμε: $(85 - 100) / 15 = -15 / 15 = -1$ και $(130 - 100) / 15 = 30 / 15 = +2$. Κατά συνέπεια πρέπει να υπολογίσουμε το ποσοστό των μαθητών που βρίσκονται μεταξύ -1 και $+2$ τυπικών αποκλίσεων από το μέσο όρο σε μια κανονική κατανομή.

Μεταξύ ± 2 τυπικών αποκλίσεων γνωρίζουμε ότι υπάρχει περίπου το 95,25% των παρατηρήσεων, ενώ μεταξύ ± 1 τυπικών αποκλίσεων το 68,25% των παρατηρήσεων. Έτσι έχουμε $(95,25 - 68,25) / 2 = 13,5\%$ (το ποσοστό μεταξύ -2 και -1 ή $+1$ και $+2$, αντίστοιχα, βλέπε σχήμα). Άρα μεταξύ -1 και $+2$ τυπικών αποκλίσεων θα βρίσκεται περίπου το $68,25 + 13,5 = 81,75\%$ των παρατηρήσεων. Δηλαδή $0,8175 \times 1200 = 981$ μαθητές.



β. Ένας ερευνητής ενδιαφέρεται να πάρει συνέντευξη από τους 2 μαθητές με τον υψηλότερο δείκτη νοημοσύνης. Σε πιο διάστημα τιμών θα βρίσκεται η νοημοσύνη των μαθητών που ενδιαφέρουν τον ερευνητή (κατά προσέγγιση); (Μον. 1)

Απάντηση: Βρίσκουμε ότι η τιμή 130 βρίσκεται 2 τυπικές αποκλίσεις πάνω από το μέσο όρο και η τιμή 145 βρίσκεται 3 τυπικές αποκλίσεις πάνω από το μέσο όρο. Πάνω από την τιμή 130 βρίσκεται περίπου το $(100 - 95,25) / 2 = 4,75 / 2 = 2,37\%$, δηλαδή περίπου $1200 \times 0,0237 = 28$ μαθητές, ενώ πάνω από την τιμή 145 βρίσκεται περίπου το $(100 - 99,7) / 2 = 0,3 / 2 = 0,15\%$ των μαθητών, δηλαδή περίπου $|1200 \times 0,015| = 2$ μαθητές. Κατά συνέπεια, ο ερευνητής θα αναζητήσει τους 2 μαθητές με δείκτη νοημοσύνης μεγαλύτερο του 145.

Δίνεται ότι σε μια Κανονική Κατανομή:

- Μεταξύ ± 1 τυπικής τιμής από το μέσο όρο βρίσκεται το 68,25% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 1.96 τυπικών τιμών από το μέσο όρο βρίσκεται το 95% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 2 τυπικών τιμών από τον μέσο όρο βρίσκεται το 95,25% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 2.5 τυπικών τιμών από τον μέσο όρο βρίσκεται το 99% των παρατηρήσεων
- Μεταξύ ± 3 τυπικών τιμών από τον μέσο όρο βρίσκεται το 99,7% των παρατηρήσεων