Φροντιστήριο 8-9/11/2012

Ένας δάσκαλος έδωσε στους μαθητές του ένα τεστ πολλαπλής επιλογής και τους βαθμολόγησε στη δεκαβάθμια κλίμακα. Από τη διαπίστωση ότι τα αποτελέσματα σχηματίζουν σχεδόν κανονική κατανομή με μέσο όρο το 6 και τυπική απόκλιση το 1:

α) ποιο θα είναι το ποσοστό των μαθητών που θα βαθμολογηθούν από 9 και άνω;

Μετατρέπουμε τον βαθμό 9 σε τυπική τιμή: $z_9 = \frac{9-6}{1} = +3$

Από τον πίνακα των κρίσιμων τιμών της τυπικής κανονικής κατανομής (σελ. 553 του βασικού συγγράμματος) βρίσκουμε ότι από τον μέσο όρο (δηλαδή το 0) μέχρι και την τιμή +3 βρίσκεται το 49,87% των παρατηρήσεων. Άρα πάνω από 9 θα βαθμολογηθεί περίπου το 50 – 49,87 = 0,13% των μαθητών.

β) ποιο θα είναι το ποσοστό των μαθητών που θα αποτύχουν στο μάθημα (δηλαδή βαθμολογήθηκαν κάτω από 5);

Μετατρέπουμε το βαθμό 5 σε τυπική τιμή: $z_5 = \frac{5-6}{1} = -1$. Από τον πίνακα βρίσκουμε ότι από -1 μέχρι τον μέσο όρο (δηλαδή 0) βρίσκεται το 34,13% των τιμών, δηλαδή κάτω από 5 αναμένεται να βαθμολογήθηκε το 50 - 34,13 = 15,87% των μαθητών.

γ) πάνω από ποιο βαθμό βαθμολογήθηκε το ανώτερο 5% των μαθητών (κατά προσέγγιση).

Σκεπτόμαστε αντίστροφα και ψάχνουμε την z-τιμή, έστω Χ, πάνω από την οποία θα βρίσκεται το ανώτερο 5%. Γνωρίζουμε ότι από τον μέσο όρο μέχρι την τιμή Χ θα βρίσκεται το 45%. Έτσι από τον Πίνακα βρίσκουμε ότι περίπου το 45% των τιμών (για την ακρίβεια το 45,05%) βρίσκεται μεταξύ 0 και +1,65 τυπικές αποκλίσεις. Άρα η τιμή που αναζητούμε είναι:

$$\frac{X-6}{1} = +1{,}65 \Leftrightarrow X - 6 = 1{,}65 \Leftrightarrow \mathbf{X = 7{,}65}$$

Άρα το ανώτερο 5% των μαθητών βαθμολογήθηκε κατά προσέγγιση πάνω από 7,65.

Εκτος από τη σελ. 553 του βιβλίου, πίνακα με τις κρίσιμες τιμές της τυπικής κανονικής κατανομής μπορείτε να βρείτε και εδώ: http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/CivilEngineer/tablez.pdf